# ZADANIA.

## Zadanie 1.

Richard Feynman – amerykański fizyk-teoretyk, uznawany za jednego z dziesięciu najwybitniejszych fizyków wszech czasów, urodził się w roku MCMXVIII i zmarł w wieku LXX lat. Podaj rok śmierci Richarda Feynmana.

## Zadanie 2.

Pałac w Wilanowie został wzniesiony w latach MDCLXXXI – MDCXCVI dla Króla Jana III Sobieskiego i Marii Kazimiery, zaś skrzydła boczne Pałacu dobudowane zostały w latach MDCCXXIII-MDCCXXIX.

W roku MCMXCIV wilanowski zespół pałacowy został uznany za pomnik historii.

a) Ile lat trwała budowa pałacu?
b) Po ilu latach od momentu rozpoczęcia budowy pałacu została rozpoczęta budowa skrzydeł bocznych?
c) Po ilu latach od momentu wybudowania skrzydeł bocznych zespół pałacowy został uznany za pomnik historii?

## Zadanie 3.

Babcia jest młodsza od dziadka o 7 lat. Podaj rok urodzenia dziadka w liczbach rzymskich, jeżeli wiadomo, że babcia urodziła się w roku MCMLIII.

## Zadanie 4.

Milwaukee - największa głębia Oceanu Atlantyckiego, stanowiąca najgłębszą część Rowu Portorykańskiego, sięga do 9219 metrów, a najwyższy szczyt Tatr Polskich, Rysy, osiąga wysokość 2499 m. Podaj różnicę wysokości między głębią Milwaukee oraz najwyższym szczytem Tatr Polskich.

## Zadanie 5.

Absolutny rekord najniższej temperatury występującej w Polsce w okresie 1881-2019 odnotowany został w lutym 1929 roku w Żywcu i wynosił ($-40.6^0$C). Najwyższa zaś temperatura w Polsce odnotowana została w sierpniu 1921 roku w Pruszkowie i wynosiła $40.2^0$C. O ile stopni Celsjusza najwyższa temperatura była większa od najniższej odnotowanej temperatury?

## Zadanie 6.

Janek pomyślał sobie liczbę. Najpierw pomnożył ją razy (-3). Od otrzymanego wyniku odjął 12. Otrzymany wynik podzielił przez (-8) i na końcu dodał (-18). W wyniku tych działań dostał liczbę (-21). Jaką liczbę pomyślał Janek?

## Zadanie 7.

Rano, na chodniku przed szkołą stało 12 hulajnóg i 15 rowerów, którymi dzieci przyjechały do szkoły, oraz 5 samochodów, zaparkowanych przez nauczycieli. Po godzinie 12:00 skończyły się zajęcia w jednej z klas piątych i dwoje dzieci odjechało rowerami, a pięcioro – hulajnogami. Ile łącznie kół miały wszystkie pojazdy zaparkowane na chodniku przed szkołą przed oraz po południu?

## Zadanie 8.

Wartość bezwzględna najniższej temperatury ujemnej w styczniu 2018 roku wynosiła $18.9^0$C, a najwyższej dodatniej temperatury – wynosiła $13.2^0$C. Oblicz różnicę najwyższej oraz najniższej temperatury zanotowanej w styczniu 2018 roku.

## Zadanie 9.

Wymyśliłem 4 liczby. Dwie z nich są do siebie przeciwne i ich różnica wynosi 6. Pozostałe dwie liczby leżą w równej odległości od zera oraz iloczyn ich wartości bezwzględnych wynosi 16. Jakie liczby wymyśliłem? Zaznacz je na osi współrzędnych.

## Zadanie 10.

Policz ile jest liczb całkowitych dodatnich mniejszych od 200:

a) podzielnych przez 3 i nie podzielnych przez 5.
b) podzielnych przez 5 i nie podzielnych przez 3.

## Zadanie 11.

Uzasadnij, że liczba $2^{12} - 2^{10}$ jest liczbą podzielną przez 3.

## Zadanie 12.

Uzasadnij, że liczba podzielna przez 3 i 7 będzie liczbą podzielną przez 21.

## Zadanie 13.

Dane są dwie liczby naturalne $a$ i $b$, których dzielnikiem jest liczba 13.

Czy liczba 13 będzie dzielnikiem

a) Sumy liczb $a$ i $b$ ?
b) Różnicy liczb $a$ i $b$ ?
c) Iloczynu liczb $a$ i $b$ ?

Odpowiedź uzasadnij.

## Zadanie 14.

Przy dzieleniu pewnej liczby naturalnej przez 12, 18 lub 15 dostajemy resztę 2. Wyznacz tę liczbę, jeżeli wiadomo, że jest ona mniejsza od 600 i większa od 500

## Zadanie 15.

Bartek i Janek spotkali się w Domu Kultury 12 kwietnia we wtorek. Okazało się, że Bartek ma zajęcia kółka informatycznego co wtorek, a Janek – zajęcia kółka robotyki co 3 dni. Ile razy do końca maja i w jakie dni miesiąca Bartek i Janek ponownie spotkają się w Domu Kultury?

## Zadanie 16.

Przy dzieleniu pewnej liczby przez 8 otrzymujemy resztę 3, a przy dzieleniu tej liczby przez 7 otrzymamy ten sam iloraz i resztę 6. Jaka to liczba?

## Zadanie 17.

Przy dzieleniu trzech dowolnych liczb naturalnych przez 7 dostajemy odpowiednio reszty, 3, 4 oraz 5. Jaka będzie reszta z dzielenia przez 7 sumy tych liczb? Odpowiedź uzasadnij.

## Zadanie 18.

Po przeprowadzce do nowego mieszkania Ania chciała ustawić swoje książki na półkach. Okazało się, że jeżeli ustawia je po tyle samo na 5, 8 lub 12 półkach, to zostają jej 3 książki. Ile książek ma Ania, jeżeli wiadomo, że jest ich mniej niż 150?

## Zadanie 19.

Jadąc na wyjazd integracyjny wychowawca dla całej klasy oraz 3 opiekunów zamówił suchy prowiant na podróż, w tym: 84 jabłka, 112 kanapek, 56 butelek wody oraz tyle samo batoników czekoladowych. Ilu uczniów wybrało się na wycieczkę? Ile batoników czekoladowych dostał każdy z uczestników wycieczki?

## Zadanie 20.

Do zrobienia bransoletki o długości 10 cm potrzebnych jest 30 koralików. Basia chce przygotować prezent mikołajkowy dla swoich 2 sióstr, mamy oraz babci. W swoim pudełku znalazła 24 koraliki w kolorze czerwonym, o 4 więcej koralików zielonych. Koralików srebrnych było o 12 mniej niż koralików zielonych, a koralików niebieskich było o 4 mniej niż podwójna ilość koralików zielonych. Czy wystarczy jej koralików by przygotować bransoletki dla wszystkich? Jeżeli tak, to czy wszystkie bransoletki będą takie same?

## ROZWIĄZANIA.

### Zadanie 1.

*Najpierw zamieniamy rok urodzenia na liczby arabskie.*

*M – 1000; CM – 900; X – 10; VIII – 8, co oznacza, że MCMXVIII = 1918.*

*L – 90; X – 10. Więc LXX = 70 lat*

*W takim razie: 1918 + 70 = 1988 r.*

***Odp.:** Richard Feynman zmarł w roku 1988.*

### Zadanie 2.

a) *M DC LXXX I:*
*M – 1000; DC – 600; LXXX – 80; I – 1*
*MDCLXXXI = 1681 rok rozpoczęcia budowy pałacu*
*M DC XC VI:*
*M – 1000; DC – 600; XC – 90; VI – 6*
*MDCXCVI = 1696 rok zakończenia budowy pałacu*
*1696 – 1681 = 15.*
***Odp.:** Budowa pałacu trwała 15 lat.*

b) *MDCLXXXI = 1681 rok rozpoczęcia budowy pałacu*
*M DCC XX III:*
*M – 1000; DCC – 700; XX – 20; III – 3*
*MDCCXXIII = 1723 rok rozpoczęcia budowy skrzydeł bocznych.*
*1723 – 1681 = 42.*
***Odp.:** Po 42 latach od rozpoczęcia budowy pałacu rozpoczęto budowę skrzydeł bocznych.*

c) *M DCC XX IX:*
*M – 1000; DCC – 700; XX – 20; IX – 9*
*MDCCXXIX = 1729 rok zakończenia budowy skrzydeł bocznych.*
*M CM XC IV;*
*M – 1000; CM – 900; XC – 90; IV – 4*
*MCMXCIV = 1994 rok uznania zespołu pałacowego za pomnik historii.*
*1994 – 1729 = 265.*
***Odp.:** Po 265 latach od momentu zakończenia budowy skrzydeł bocznych zespół pałacowy uznano za pomnik historii.*

## Zadanie 3.

*M CM L III:*

*M – 1000; CM – 900; L – 50; III – 3.*

*MCMLIII = 1953 – rok urodzenia babci.*

*1953 – 7 = 1946 – rok urodzenia dziadka.*

*1000 – M; 900 – CM; 40 – XL; 6 – VI*

*MCMXLVI – rok urodzenia dziadka w liczbach rzymskich.*

**Odp.:** *Dziadek urodził się w roku MCMXLVI.*

## Zadanie 4.

*Ponieważ głębokość jest mierzona w jednostkach ujemnych w stosunku do poziomu morza to: wysokość Milwaukee wynosi (-9219) metrów. Z czego wynika, że różnica wysokości między Rysami a głębią Milwaukee będzie wynosiła:*

*2499 - (- 9219) = 2499 + 9219 = 11718 metrów.*

**Odp.:** *Różnica wysokości między Rysami a głębią Milwaukee wynosi 11718 metrów.*

## Zadanie 5.

*Od najwyższej temperatury należy odjąć najniższą zanotowaną temperaturę. A więc:*

$40.2^0\ C - (-40.6^0\ C) = 40.2^0\ C + 40.6^0\ C = 80.8^0\ C.$

**Odp.:** *Najwyższa temperatura była wyższa o* $80.8^0$ *C od najniższej temperatury odnotowanej w Polsce.*

## Zadanie 6.

*Sposób I:*

$$[x\cdot(-3)-12]:(-8)+(-18)=-21\ //-(-18)$$
$$[x\cdot(-3)-12]:(-8)=-21+18$$
$$[x\cdot(-3)-12]:(-8)=-3 \qquad //\cdot(-8)$$
$$x\cdot(-3)-12=(-3)\cdot(-8)$$
$$x\cdot(-3)-12=24 \lor +12$$
$$x\cdot(-3)=24+12$$
$$x\cdot(-3)=36 \qquad //:(-3)$$
$$x=36:(-3)$$
$$x=-12$$

*Sposób II:*

*Robimy zadanie od końca:*

$-21-(-18)=-3$
$(-3)\cdot(-8)=24$
$24+12=36$
$36:(-3)=-12$

**Odp.:** *Janek pomyślał liczbę (-12).*

## Zadanie 7.

***Przed południem:***

*Na chodniku stało łącznie 12+15=27 pojazdów dwukołowych oraz 5 pojazdów o czterech kołach.*
*Liczba kół rowerów i hulajnóg wynosi $27\cdot 2=54$.*
*Liczba kół (nie liczymy zapasowych) wszystkich samochodów wynosi $5\cdot 4=20$.*
*Łączna liczba wszystkich kół wynosi: 54+20=74 koła.*

***Po południu:***

*Odjechało łącznie 2+5=7 pojazdów dwukołowych, co daje w sumie $7\cdot 2=14$ kół.*
*Łączna liczba kół wszystkich pojazdów po południu więc będzie wynosiła: 74-14=60 kół.*

**Odp.:** *Przed południem łączna liczba kół pojazdów na chodniku przed szkołą wynosiła 74 koła, a po południu – 60 kół.*

## Zadanie 8.

*Skorzystamy z definicji wartości bezwzględnej: wartość bezwzględna jest odległością punktu od zera w układzie współrzędnych.*

*Skoro wartość bezwzględna najniższej ujemnej temperatury wynosiła $18.9^0C$, to jej wartość wynosiła $(-18.9^0C)$.*

*W takim razie różnica temperatur wynosi:*

$13.2^0C - (-18.9^0C) = 13.2^0C + 18.9^0C = 32.1^0C$

**Odp.:** *Różnica najwyższej oraz najniższej temperatury zanotowanej w styczniu 2018 roku wynosi $32.1^0C$.*

## Zadanie 9.

*Niech I liczba to x. Liczba przeciwna do niej, to (-x).*

$x - (-x) = 6$

$x + x = 6$

$2x = 6$

$x = 3, (-x) = -3.$

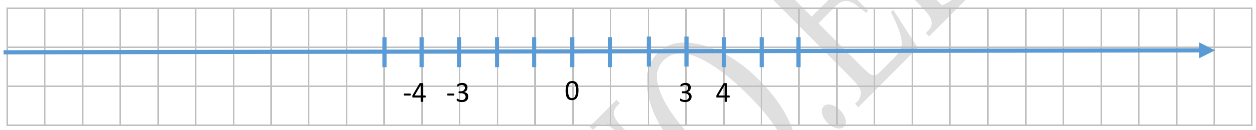
*Skoro pozostałe dwie liczby leżą w równej odległości od zera, to są to liczby przeciwne y i (-y). Więc:*

$|y| \cdot |-y| = 16$

$|y|^2 = 16$

$|y| = 4$

$y = 4$ *oraz* $(-y) = -4y = 4$ *oraz* $(-y) = -4.$




**Odp.:** *Wymyślone zostały liczby: 3, (-3), 4 i (-4).*

## Zadanie 10.

a) *Co trzecia liczba w zbiorze liczb od 1 do 200 będzie liczbą podzielną przez 3.*
*Więc: 200:3=66 r.2. Co oznacza, że jest dokładnie 66 liczb podzielnych przez 3 mniejszych od 200, wśród których co piąta będzie liczbą podzielną przez 5. Liczb podzielnych jednocześnie przez 3 i przez 5 będzie zatem: 66:5=13 r.1, czyli 13 liczb.*
*W takim razie, wszystkich liczb całkowitych dodatnich mniejszych od 200 podzielnych przez 3 i nie podzielnych przez 5 będzie 66 – 13 = 53 liczby.*

b) *Co piąta liczba w zbiorze liczb od 1 do 200 będzie liczba podzielną przez 5.*
*Więc: 200:5=40. Co oznacza, że jest dokładnie 40 – 1=39 liczb podzielnych przez 5 mniejszych od 200, wśród których co trzecia będzie liczbą podzielną przez 3. Liczb podzielnych jednocześnie przez 5 i przez 3 będzie zatem: 39:3=13, czyli 13 liczb.*
*W takim razie, wszystkich liczb całkowitych dodatnich mniejszych od 200 podzielnych przez 5 i nie podzielnych przez 3 będzie 39 – 13 = 23 liczby.*

**Odp.:** *a) Wszystkich liczb całkowitych dodatnich mniejszych od 200 podzielnych przez 3 i nie podzielnych przez 5 jest 53. b) Wszystkich liczb całkowitych dodatnich mniejszych od 200 podzielnych przez 5 i nie podzielnych przez 3 jest 23.*

## Zadanie 11.

*W wyrażeniu* $2^{12} - 2^{10}$ *wspólnym czynnikiem jest* $2^{10}$.

*Zatem, wyłączamy wspólny czynnik przed nawias:*

$$2^{10}(2^2 - 1) = 3 \cdot 2^{10}$$

$3|3 \cdot 2^{10}$ *co kończy dowód.*

## Zadanie 12.

*Żeby liczba była jednocześnie podzielna przez 3 i 7 musi ona być podzielna przez ich iloczyn, czyli 3·7=21. Co oznacza, że będzie ona podzielna przez 21. Co kończy dowód.*

## Zadanie 13.

*Skoro 13 jest dzielnikiem liczb a i b, to możemy je zapisać w postaci ilorazu liczby 13 i innej liczby naturalnej:* $a = 13 \cdot m; b = 13 \cdot n$, *gdzie min* $\in N$ *(są liczbami naturalnymi)*

*Wtedy:*

a) $a + b = 13 \cdot m + 13 \cdot n = 13 \cdot (m + n)$ *co jednoznacznie wskazuje na to, że suma liczb a i b jest liczbą podzielną przez 13.*
b) $a - b = 13 \cdot m - 13 \cdot n = 13 \cdot (m - n)$ *co jednoznacznie wskazuje na to, że różnica liczb a i b jest liczbą podzielną przez 13.*
c) $a \cdot b = 13 \cdot m \cdot 13 \cdot n = 13^2 \cdot m \cdot n$ *co jednoznacznie wskazuje na to, że iloczyn liczb a i b jest liczbą podzielną przez 13.*
d)

## Zadanie 14.

*Z treści zadania wynika, że poszukiwana liczba jest liczbą podzielną przez 12, 15 oraz 18 z resztą 2. Najmniejszą taka liczbą będzie najmniejsza wspólna wielokrotność tych liczb:*

| 12 | 15 | 18 | |
|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 6 | 3 |
| 2 | - | 3 | 2 |
| 1 | - | - | 2 |
| | - | 1 | 3 |
| | 1 | | 5 |

$$NWW(12,15,18) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$$

*Liczbą podzielną przez 180, a co za tym idzie też przez 12, 15 oraz 18, mniejszą od 600 i większą od 500 będzie liczba* $3 \cdot 180 = 540$.


**Pracownia z Oknem na Świat – Edukacja i Rozwój. Marta Hendzel**
Szkoła języka angielskiego, przygotowanie do egzaminów, matematyka, warsztaty.
ul. Bruna 32, 02-594 Warszawa, biuro@okno.edu.pl, www.okno.edu.pl
tel. +48 730 125 129, 730 125 606

*Ponieważ poszukiwana liczba przy dzieleniu przez 12, 15 oraz 18 daje resztę 2, to należy do 540 dodać 2, co w sumie daje 542.*

**Odp.:** *Poszukiwaną liczbą jest liczba 542.*

## Zadanie 15.

*Ponieważ zajęcia Bartka odbywają się co wtorek, to ma on zajęcia co 7 dni. Skoro Janek ma zajęcia co 3 dni, to by wiedzieć za ile dni spotkają się ponownie, trzeba obliczyć najmniejszą wspólną wielokrotność liczb 3 i 7. Ponieważ 3 i 7 są liczbami pierwszymi, to NWW(3, 7) = 3·7=21. Oznacza to, że następnym razem ponownie spotkają się w Domu Kultury dopiero za 21 dni. W kwietniu jest 31 dzień, w maju – 30 dni.*

*12+21=33 jest to o 2 dni więcej niż liczba dni w kwietniu, co oznacza, że następnym razem spotkają się we wtorek 2 maja oraz we wtorek 2+21=23 maja.*

**Odp.:** *Do końca maja chłopcy spotkają się dwukrotnie: 2 oraz 23 maja.*

## Zadanie 16.

*a – szukana liczba.*

*x - iloraz dzielenia liczby a przez 8 lub 7.*

*Przy dzieleniu liczby a przez 8 dostajemy resztę 3, co oznacza, że naszą liczbę możemy zapisać w postaci:*

$a = 8x + 3$

*Przy dzieleniu liczby a przez 7 dostajemy resztę 6, co oznacza, że naszą liczbę możemy zapisać w postaci:*

$a = 7x + 6$

*W takim razie:*

$8x + 3 = 7x + 6$ *po obu stronach wyrażenia odejmujemy 7x i odejmujemy 3.*

$8x - 7x = 6 - 3$

$x = 3$

*A zetem szukana liczba to:*

$a = 8 \cdot 3 + 3 = 24 + 3 = 27$

**Odp.:** *Szukana liczba to 27.*

## Zadanie 17.

*a, b i c – dowolne liczby naturalne. Przy czym przy dzieleniu a przez 7 dostaniemy iloraz n i resztę 3, przy dzieleniu b przez 7 – iloraz m i resztę 4, a przy dzieleniu c przez 7 – iloraz k i resztę 5.*
*Możemy wiec zapisać nasze liczby w postaci:* $a = 7n + 3$

$$b = 7m + 4$$
$$c = 7k + 5$$

*Suma tych liczb będzie wynosiła:* $a + b + c = 7n + 3 + 7m + 4 + 7k + 5$

$$a + b + c = 7(n + m + k) + 7 + 5$$
$$a + b + c = 7(n + m + k + 1) + 5$$

*Co oznacza, że reszta z dzielenia sumy liczb a, b i c przez 7 będzie wynosiła 5.*
**Odp.:** *Reszta z dzielenia sumy liczb a, b i c przez 7 wynosi 5.*

## Zadanie 18.

*Liczba książek Ani ma być liczbą podzielną przez 5, 8 oraz 12 z resztą 3.*

*Najmniejszą liczbą podzielną przez 5, 8 oraz 12, jest ich najmniejsza wspólna wielokrotność.*

| 5 | 8 | 12 | |
|---|---|---|---|
| 1 | - | - | 5 |
| | 4 | 6 | 2 |
| | 2 | 3 | 2 |
| | 1 | - | 2 |
| | | 1 | 3 |

$$NWW(5,8,12) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 8 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

*Kolejną liczbą podzielną przez 5, 8 i 12 będzie 240, ale jest ona większa od 150, więc nas nie interesuje.*

*W takim razie, skoro przy ustawianiu na 5, 8 lub 12 półkach zawsze zostają 3 książki, to należy do NWW(5, 8, 12) dodać 3: 120+3=123.*

**Odp.:** *Ania ma 123 książki.*



PRACOWNIA Z OKNEM NA ŚWIAT®
**Pracownia z Oknem na Świat – Edukacja i Rozwój. Marta Hendzel**
Szkoła języka angielskiego, przygotowanie do egzaminów, matematyka, warsztaty.
ul. Bruna 32, 02-594 Warszawa, biuro@okno.edu.pl, www.okno.edu.pl
tel. +48 730 125 129, 730 125 606

## Zadanie 19.

*Ponieważ, każdy z podróżnych miał otrzymać taki sam zestaw suchego prowiantu, to najpierw warto jest policzyć największy wspólny dzielnik z ilości jabłek – 84, kanapek – 112, butelek wody – 56 oraz batoników czekoladowych - 56.*

| 84 | 112 | 56 | |
|---|---|---|---|
| 42 | 56 | 28 | 2 |
| 21 | 28 | 14 | 2 |
| 3 | 4 | 2 | 7 |
| 1 | - | - | 3 |
| | 2 | 1 | 2 |
| | 1 | | 2 |

*NWD(112, 84, 56) = 2·2·7=28. Co oznacza, że na wycieczkę pojechało 28 osób, w tym 3 wychowawców.*

*A zatem, 28-3=25 – liczba uczniów którzy pojechali na wycieczkę.*

*56:28=2 – ilość batoników, którą otrzymał każdy z uczestników wycieczki.*

***Odp.:*** *Na wycieczkę pojechało 25 uczniów. Każdy z uczestników wycieczki otrzymał po 2 batoniki czekoladowe.*

## Zadanie 20.

*By przygotować bransoletki dla 2 sióstr, mamy i babci Basia potrzebuje 30·4=120 koralików.*

*W swoim pudełku posiada ona:*

*Czerwonych koralików 24;*

*Zielonych – 24+4=28*

*Srebrnych – 28-12=16*

*Niebieskich - 28·2-4=52*

*Razem wszystkich koralików jest 24+28+16+52=120.*

*Więc, jest wystarczająca liczba koralików do przygotowania 4 bransoletek.*

*Liczby 24, 28, 16 oraz 52 są liczbami podzielnymi przez 4, co oznacza, że każda z bransoletek będzie posiadała taką samą liczbę koralików w każdym z kolorów: 6 czerwonych, 7 zielonych, 4 srebrne oraz 13 niebieskich.*

***Odp.:*** *Basia posiada wystarczającą liczbę koralików do przygotowania 4 bransoletek. Wszystkie bransoletki będą takie same.*